

Teil 3: Das CNOT-Gatter und Verschränkungen

Aufgaben

Aufgabe 1. Überprüfe alle oben aufgeführten Beispiele – bei denen ein Gatter auf ein oder zwei Qubits angewendet wird –, indem du die dazugehörigen Quantenschaltkreise erstellst. Siehe dazu „Wie erhalte ich mit Qiskit Zugang zu einem Quantencomputer bei IQM?“ oder „Wie erhalte ich mit Qiskit Zugang zu einem Quantencomputer bei IBM?“

Aufgabe 2. Überprüfe alle oben aufgeführten Beispiele – bei denen ein Gatter auf ein oder zwei Qubits angewendet wird – in einer lokalen Qiskit-Umgebung. Trage deinen API-Token für das IBM Quantum-System ein und führe die Programme aus.

Aufgabe 3. Wende das NOT-Gatter auf die Superpositionszustände $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |1\rangle$ und $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |1\rangle$ an. Du kannst dazu entweder die Matrix-Schreibweise und die Bra-Ket-Notation verwenden, oder einen Quantenschaltkreis zusammenstellen bzw. Qiskit-Code erstellen. Beschreibe das Ergebnis in Worten.

Aufgabe 4. Nimm das Beispiel eines Hadamard-Gatters, das auf ein Qubit angewendet wird. Erkläre, warum man sagt, dass „eine Messung den Quantenzustand eines Systems reduziert“ (oder: der Quantenzustand kollabiert) und warum mehrere Messungen notwendig sind, um ein „vernünftiges“ Ergebnis zu erhalten.

Aufgabe 5. Überprüfe, ob die beiden Qubits, die durch den Zustand $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|11\rangle + |01\rangle)$ beschrieben werden, verschränkt sind. Was ist mit zwei Qubits, die durch den Zustand $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|01\rangle + |10\rangle)$ dargestellt werden? Verwende die in Teil 3 „2. Mit einem Hadamard- und einem CNOT-Gatter zwei Qubits verschränken“ beschriebene Methode.

Aufgabe 6. Verwende `print(circuit)`, um einen der Quantenschaltkreise aus Aufgabe 1 auszudrucken, einmal vor dem Optimierungsschritt und einmal danach. Beschreibe, was du bemerkst. Falls im Optimierungsschritt Quantengatter verwendet werden, die du noch nicht kennst, recherchiere, durch welche Matrix sie repräsentiert werden können und was sie bewirken.

Aufgabe 7. Verwende die folgenden Codezeilen, um den Quantenschaltkreis als Bild (png, svg oder LaTeX) zu erzeugen und zu speichern – einmal vor dem Optimierungsschritt und einmal danach. Beschreibe, was du bemerkst. Falls im Optimierungsschritt Quantengatter verwendet werden, die du noch nicht kennst, recherchiere, welche Matrix sie repräsentiert und was sie bewirken.

```
from qiskit.visualization import circuit_drawer # Um einen Quantenschaltkreis zu zeichnen.
```

```
circuit_image = circuit_drawer(circuit, output="mpl") # Verwendet Mathplotlib, um ein Bild zu erzeugen; falls LaTeX installiert ist, kannst du auch "latex" verwenden.
```

```
circuit_image.savefig("Circuit (MPL).png") # Speichere das Bild als Pixel-Grafik ab (PNG).
```

```
circuit_image.savefig("Circuit (MPL).svg") # Speichere das Bild als Vektor-Grafik ab (SVG).
```

Aufgabe 8. Überprüfe die weiter oben durchgeführten Matrizenrechnungen – für das Pauli-X-Gatter, das Identitätsgatter, das Hadamard-Gatter, das CNOT-Gatter und für die Kombination aus Hadamard- und CNOT-Gatter. Vergleiche die theoretischen und die gemessenen Ergebnisse. Das heißt: Berechne die Quadrate der Amplituden und damit die Wahrscheinlichkeiten, mit denen das Qubit (die Qubits) in den verschiedenen Zuständen gefunden wird (werden), und vergleiche diese Wahrscheinlichkeiten mit den vom Quantencomputer ausgegebenen Ergebnissen.

Aufgabe 9 (optional). Außer dem Pauli-X-Gatter, gibt es auch noch ein Pauli-Y- und ein Pauli-Z-Gatter. Recherchiere deren Matrixdarstellungen und schaue dir an, was sie in einem Quantenschaltkreis bewirken.

Aufgabe 10 (optional). Man kann im Allgemeinen einen Quantenschaltkreis durch einen anderen äquivalenten Quantenschaltkreis ersetzen (innerhalb angemessener Näherungen). Ein Satz von Quantengattern, die jeden Quantenschaltkreis ersetzen können, wird als *universeller Quantengattersatz* bezeichnet. Suche Informationen zu universellen Quantengattersätzen. Vergleiche die in der Unterrichtseinheit gerechneten Quantenschaltkreise vor und nach der Optimierung. Bestimme, welchen universellen Quantengattersatz der Quantencomputer verwendet hat.

Aufgabe 11 (optional). Recherchiere verschiedene technische Möglichkeiten, wie man physikalisch Qubits in einem Quantencomputer realisiert. Stichwort: Supraleiter, Ionenfallen usw.

Aufgabe 12 (optional). 1996 stellte David P. DiVincenzo Kriterien für die Funktionsfähigkeit eines Quantencomputers vor. Für einen funktionierenden Quantencomputer braucht man:

- gut definierte Qubits;
- die Qubits müssen in gut definierten Anfangszuständen präpariert sein;
- Qubits, die über einen ausreichend langen Zeitraum (Dekohärenzzeit) stabil sind;
- einen universellen Satz von Quantengattern;
- jedes Qubit muss einzeln messbar sein.

Versuche die einzelnen Punkte mit dem in dieser Unterrichtseinheit Gelernten zu erklären. Wenn du nicht weiterkommst, recherchiere im Internet.